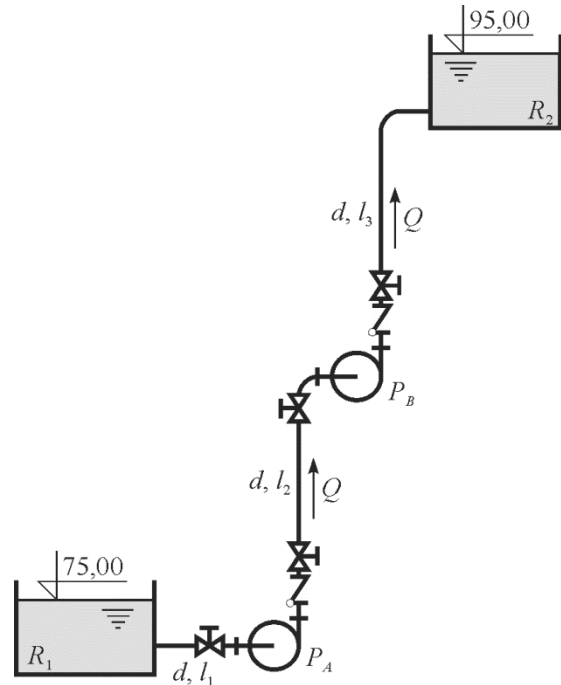


Задатак 5: Две подједнаке центрифугалне пумпе познате карактеристике при брзини обртања $n = 1460 \text{ min}^{-1}$, раде у редној спреси на цевоводу приказаном на слици. Цевовод се састоји из три деонице пречника $d = 300 \text{ mm}$, укупне дужине $l_1 + l_2 + l_3 = 3460 \text{ m}$, коефицијента отпора трења $\lambda = 0,023$. Хидрауличке губитке на локалне отпоре проценити као 10 % од укупних губитака на трење.

Одредити:

1. Проток, напоре и потребне снаге обе центрифугалне пумпе ако пумпа P_B ради са брзином обртања $n = 1300 \text{ min}^{-1}$.
2. Брзину обртања пумпе P_B при којој у резервоар R_2 дотиче 15 % већи проток у односу на решење под 1. Колике су тада потребне снаге пумпи?
3. Брзину обртања пумпе P_B при којој та пумпа ради са максималним степеном корисности. Колике су тада потребне снаге пумпи?

Брзина обртања пумпе P_A је увек $n = 1460 \text{ min}^{-1}$.



Карактеристике пумпи при $n = 1460 \text{ min}^{-1}$:

Q_p [L/s]	0	50	100	150	200	250
Y_p [J/kg]	393	393	384	364	319	246
η_p [%]	0	35	60	70	67	56

Решење (1):

Задатак се решава применом Бернулијеве једначине написане за тачке на површинама резервоара R_1 и R_2 .

Б.Ј. А-К

$$gz_{R1} + Y_{pA} + Y_{pB} = gz_{R2} + \sum_{R1}^{R2} \Delta y_g(Q)$$

Након сређивања једначине тако да на левој страни остану само напори пумпи добија се:

$$Y_{pA} + Y_{pB} = g(z_{R2} - z_{R1}) + \left(1 + \frac{\varphi}{100}\right) \frac{8Q^2}{\pi^2 d^4} \lambda \frac{l_1 + l_2 + l_3}{d} = Y_c(Q) \quad (1)$$

где су према услову задатка локални хидраулички губици процењени као процентуални удео од укупних губитака на трење ($\varphi = 10\%$).

Израз на десној страни једначине (1) представља укупну карактеристику цевовода од резервоара R_1 до резервоара $R_2 \rightarrow Y_c(Q)$. Израз на левој страни представља укупан специфични рад (напор) пумпи при протоку Q који се остварује у овом пумпно систему. Спрега пумпи при којој се напори пумпи сабирају при истом протоку назива се редна веза пумпи.

У конкретном случају, пумпа P_A ради са номиналном брзином обртања $n = 1460 \text{ min}^{-1}$, за коју су радне карактеристике $Y_{pA}(Q_{pA}) = Y_p(Q)$, $\eta_{pA}(Q_{pA}) = \eta(Q)$ дате у табели, а пумпа P_B ради са задатом брзином обртања $n_{B1} = 1300 \text{ min}^{-1}$, па је њене радне карактеристике потребно прерачунати применом закона сличности:

$$Q_{pB}^* = \frac{n_{B1}}{n} Q_p \quad Y_{pB}^* = \left(\frac{n_{B1}}{n}\right)^2 Y_p \quad \eta_{pB}^* = \eta_p$$

Резултати прерачунавања приказани су табеларно.

Радне карактеристике обе пумпе при $n = 1460 \text{ min}^{-1}$:

$\times \frac{1300}{1460}$	Q_p [L/s]	0	50	100	150	200	250
$\times \left(\frac{1300}{1460}\right)^2$	Y_p [J/kg]	393	393	384	364	319	246
	η_p [%]	0	35	60	70	67	56

=

Радне карактеристике пумпе P_B при $n_{B1} = 1300 \text{ min}^{-1}$:

	Q_{pB}^* [L/s]	0	44,5	89,0	133,6	178,1	222,6
	Y_{pB}^* [J/kg]	311,6	311,6	304,5	288,6	252,9	195,0
	η_{pB}^* [%]	0	35	60	70	67	56

Радне карактеристике обе пумпе $Y_{pA}(Q_{pA}) = Y_{pB}(Q_{pB}) = Y_p(Q)$, $\eta_{pA}(Q_{pA}) = \eta_{pB}(Q_{pB}) = \eta(Q)$ при брзини обртања $n = 1460 \text{ min}^{-1}$, пумпе P_B при брзини обртања $n_{B1} = 1300 \text{ min}^{-1}$ ($Y_{pB}^*(Q_{pB}^*)$, $\eta_{pB}^*(Q_{pB}^*)$) и карактеристика цевовода $Y_c(Q)$ приказане су на слици.

Сагласно једначини (1), карактеристике пумпи $Y_{pA}(Q_{pA})$ и $Y_{pB}^*(Q_{pB}^*)$ спрежу се редно – при истим, произвољно одабраним протоцима, сабирају се напори пумпи. Резултат, тј. карактеристика редне везе ове две пумпе приказана је на слици $\rightarrow Y_{pA}(Q_{pA}) + Y_{pB}^*(Q_{pB}^*) = Y_{A+B}(Q)$.

У пресеку карактеристике редне везе пумпи $Y_{A+B}(Q)$ и карактеристике цевовода $Y_c(Q)$ добија се радна тачка система RT_1 из које се одмах може очитати проток $Q_1 = 127 \text{ L/s}$. Радне тачке

пумпи RT_{pA1} и RT_{pB1} добијају се у пресецима вертикале $Q_1 = Q_{pA1} = Q_{pB1} = const$ са одговарајућим карактеристикама пумпи $Y_{pA}(Q_{pA})$ и $Y_{pB}^*(Q_{pB}^*)$. Из радних тачака пумпи читавају се протоци, напори и степени корисности пумпе на основу којих се коначно срачунавају тражене потребне снаге пумпи:

$$RT_1 \rightarrow RT_{pA1} \rightarrow Y_{pA1} = 375,4 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pA1} = Q_1 = 127 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{pA1} = 67,3 \%$$

$$P_{pA1} = \frac{\rho Q_{pA1} Y_{pA1}}{\eta_{pA1}} = 70,9 \text{ kW}$$

$$RT_1 \rightarrow RT_{pB1} \rightarrow Y_{pB1} = 291,9 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pB1} = Q_1 = 127 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{pB1} = 69,5 \%$$

$$P_{pB1} = \frac{\rho Q_{pB1} Y_{pB1}}{\eta_{pB1}} = 53,4 \text{ kW}$$

Решење (2):

Радна тачка RT_2 добија се на карактеристици ценовода $Y_c(Q)$ из услова задатака да је проток Q_2 за 15 % већи од протока Q_1 :

$$Q_2 = 1,15Q_1 = 1,15 \cdot 127 \text{ L/s} = 146,1 \text{ L/s} \quad \rightarrow \quad RT_2$$

Кроз радну тачку RT_2 мора да прође „нова“ карактеристика редне везе пумпе P_A и пумпе P_B при непознатој брзини обртања $n_{B2} \rightarrow Y_{pA}(Q_{pA}) + Y_{pB}^{**}(Q_{pB}^{**}) = Y_{A+B}^{**}(Q)$.

Према томе, укупан напор који морају да остваре пумпе P_A и P_B у редној спрези износи:

$$RT_2 \rightarrow Y_{RT2} = Y_{pA2} + Y_{pB2} = 819,3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Радна тачка пумпе P_A може одмах да се одреди у пресеку вертикале $Q_2 = Q_{pA2} = Q_{pB2} = const$ са радном карактеристиком ове пумпе $Y_{pA}(Q_{pA})$. Из тако одређене радне тачке RT_{pA2} читава се напор пумпе P_A и степен корисности, па се може срачунати и тражена потребна снага:

$$RT_2 \rightarrow RT_{pA2} \rightarrow Y_{pA2} = 366,3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pA2} = Q_2 = 146,1 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{pA2} = 69,8 \%$$

$$P_{pA2} = \frac{\rho Q_{pA2} Y_{pA2}}{\eta_{pA2}} = 76,7 \text{ kW}$$

Радна тачка пумпе P_B одређује се из услова да ова пумпа у редној вези мора да оствари напор $Y_{pB2} = Y_{RT2} - Y_{pA2}$ при траженом протоку $Q_{pB2} = Q_2$:

$$Y_{pB2} = Y_{RT2} - Y_{pA2} = 453 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pB2} = Q_2 = 146,1 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \rightarrow \quad RT_{pB2}$$

Кроз ову радну тачку треба да прође нова карактеристика пумпе Y_{pB}^{**} при брзини обртања n_{B2} (линија црта-црта на слици). Да би се одредила непозната брзина обртања n_{B2} , кроз радну тачку пумпе RT_{pB2} потребно је повући параболу сличности:

$$Y_{s2}(Q_s) = \left(\frac{Y_{pB2}}{Q_{pB2}^2} \right) Q_s^2$$

У пресеку параболе сличности $Y_{s2}(Q_s)$ и радне карактеристике пумпе $Y_{pB}(Q_{pB}) = Y_p(Q_p)$ при $n = 1460 \text{ min}^{-1}$, добија се слична тачка ST_2 из које је потребно очитати проток (или напор) и степен корисности:

$$ST_2 \rightarrow \quad Q_{s2} = 132,6 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{s2} = \eta_{pB2} = 68,2 \%$$

Тражена брзина обртања пумпе P_B добија се из услова сличности:

$$n_{2B} = \frac{Q_{pB2}}{Q_{s2}} n = 1608,8 \text{ min}^{-1}$$

Коначно, потребна снага пумпе износи:

$$P_{pB2} = \frac{\rho Q_{pB2} Y_{pB2}}{\eta_{pB2}} = 97 \text{ kW}$$

Решење (3):

Према услову задатка потребно је пронаћи такву брзину обртања n_{B3} при којој пумпа P_B у условима редне спреге са пумпом P_A на датом цевоводу ради са максималним степеном корисности. При томе пумпа P_A ради са задатом брзином обртања $n = 1460 \text{ min}^{-1}$.

Максимални степен корисности на радној карактеристици $\eta_p(Q_p)$, која важи за обе пумпе при $n = 1460 \text{ min}^{-1}$ износи

$$\eta_{pB3} = \eta_{\max} = 70,3 \%$$

чему на радној карактеристици $Y_p(Q_p)$ при $n = 1460 \text{ min}^{-1}$ одговара оптимална радна тачка

$$RT_{opt} \rightarrow \quad Q_{opt} = 160,4 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad Y_{opt} = 357,0 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Ако се кроз оптималну радну тачку RT_{opt} повуче параболу сличности

$$Y_{s3}(Q_s) = \left(\frac{Y_{opt}}{Q_{opt}^2} \right) Q_s^2$$

онда ће, сагласно законима сличности, свим тачкама на тој параболу одговарати исти степен корисности – η_{\max} . Другим речима, тражена радна тачка пумпе P_B мора се налазити негде

на овој, условно речено – оптималној параболи сличности. То пружа интересантну могућност да се парабола сличности $Y_{s3}(Q_s)$ искористи као замишљена радна карактеристика пумпе P_B , те да се редно спрегне са карактеристиком пумпе $P_A - Y_{pA}(Q_{pA}) = Y_p(Q_p)$.

Карактеристика ове „редне везе“ означена је са $[Y_{pA} + Y_{s3}]_R$ на слици. У њеном пресеку са карактеристиком цевовода $Y_c(Q)$ налази се радна тачка система RT_3 кроз коју мора да прође „права“ карактеристика редне везе пумпе P_A и пумпе P_B при непознатој брзини обртања $n_{B3} \rightarrow Y_{pA}(Q_{pA}) + Y_{pB}^{***}(Q_{pB}^{***}) = Y_{A+B}^{***}(Q)$.

Радне тачке пумпи P_A и P_B налазе се у пресеку вертикале $Q_3 = Q_{pA3} = Q_{pB3} = const$ са радном карактеристиком $Y_{pA}(Q_{pA}) \rightarrow RT_{pA3}$ и параболе сличности $Y_{s3}(Q_s) \rightarrow RT_{pB3}$. Из радне тачке RT_{pA3} читавају се радни параметри пумпе P_A и срачунава се тражена потребна снага:

$$RT_3 \rightarrow RT_{pA3} \rightarrow Y_{pA3} = 381,3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pA3} = Q_3 = 109,9 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{pA3} = 63,2 \%$$

$$P_{pA3} = \frac{\rho Q_{pA3} Y_{pA3}}{\eta_{pA3}} = 66,3 \text{ kW}$$

Из радне тачке RT_{pB3} (кроз коју пролази радна карактеристика Y_{pB}^{***} при непознатој брзини обртања n_{B3}) читавају се проток и напор пумпе P_B

$$RT_3 \rightarrow RT_{pB3} \rightarrow Y_{pB3} = 167,8 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pB3} = Q_3 = 109,9 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

Степен корисности пумпе P_B једнак је степену корисности оптималне радне тачке RT_{opt} (радне тачке RT_{pB3} и RT_{opt} налазе се на „оптималној“ параболи сличности Y_{s3}):

$$\eta_{pB3} = \eta_{\max} = 70,3 \%$$

па је тражена потребна снага пумпе P_B

$$P_{pB3} = \frac{\rho Q_{pB3} Y_{pB3}}{\eta_{pB3}} = 26,3 \text{ kW}$$

Непозната брзина обртања пумпе P_B срачунава се из услова сличности:

$$n_{3B} = \frac{Q_{pB3}}{Q_{opt}} n = 1001 \text{ min}^{-1}$$

Домаћи:

1. За решење добијено под (1) нацртати пијезометарску линију система. Дужине деоница цевовода износе $l_1 = 10 \text{ m}$, $l_2 = 1750 \text{ m}$, $l_3 = 1700 \text{ m}$. За све деонице локалне хидрауличке губитке проценити на 10 % од срачунатих губитака на трење. Колики је притисак у тачки М?

